

# POSOUZENÍ DŮLNÍ OCELOVÉ LICHOBĚŽNÍKOVÉ VÝZTUŽE PODLE ČSN EN 1993-1-1 EUROKOD 3

## ASSESSMENT OF STEEL COLLIERY SUPPORT FOR TRAPEZOIDAL FRAME ACCORDING TO ČSN EN 1993-1-1 EUROCODE 3

JAKUB DOLEJŠ, MICHAL SEDLÁČEK

### 1 ÚVOD

V lednu 2009 přestala platit předběžná evropská ocelářská norma ČSN P ENV 1993-1-1 a v dubnu 2010 byla ukončena platnost souběžně platné české ocelářské normy ČSN 73 1401. Od té doby je nutné při návrhu ocelových konstrukcí postupovat podle jediné platné normy ČSN EN 1993-1-1 Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby [1] (dále jen norma). Požadavky uvedené v normě se vztahují i na ocelové konstrukce používané v podzemním stavitelství, jako jsou například válcované profily důlní výztuže.

### 2 OCELOVÁ DŮLNÍ VÝZTUŽ

Válcované profily důlní ocelové výztuže jsou dnes používány především při ražbě štol a při hloubení jam, stavebních šachet a šachtic. Hlavní výhodou ocelové důlní výztuže je schopnost přenášet zatížení ihned po instalaci, na rozdíl od příhradové výztuže typu Bretex, kterou je nutné doplnit stříkaným betonem, čímž vzniká určitá časová prodleva mezi instalací výztuže a schopností staticky působit. Další výhodou je značná tvarová variabilita příčného řezu, mezi základní tvary patří podle [8]:

- LA ... lichoběžníkový průřez se sklonem bočních stran 1:4
- LB ... lichoběžníkový průřez se sklonem bočních stran 1:6
- KC ... kruhový průřez
- OO ... obloukový průřez s bočními stranami průběžně zaoblenými
- OR ... obloukový průřez s rovnými konci rovných dílů

V ČR se používají především tzv. korýtkové profily (značí se písmenem K) a profily typu Toussaint-Heintzmann (značí se písmenem TH), které vyrábí Acelor Mittal Ostrava, a. s.

Za tímto značením následuje číslice, která udává zaokrouhlenou hmotnost profilu v kg na 1 metr (přesná hmotnost jednoho metru profilu K21 je 20,74 kg a profilu TH21 je 20,92 kg).

Pro výrobu nejčastěji používaného profilu K21 se používá ocel značky 11 500.0, jejíž mechanické vlastnosti a chemické složení jsou uvedeny v [6]. Tato ocel má mez kluzu 295 MPa a pevnost v tahu  $470 \div 610$  MPa. Pro výrobu profilu TH21 se používá ocel značky 31 Mn 4, jejíž mechanické vlastnosti a chemické složení jsou uvedeny v [7]. Tato ocel má mez kluzu 350 MPa a minimální pevnost v tahu 550 MPa. (Tab. 1)

### 3 NÁVRH A POSOUZENÍ OCELOVÉ DŮLNÍ VÝZTUŽE

Ocelová důlní výztuž se spojuje do ráků, které jsou většinou kolmé na osu díla. Při návrhu příčného řezu díla je vhodné vycházet z geometrického tvaru ráků, který je obvykle předepisován, viz např. [8]. Při posouzení rákové konstrukce výztuže je nutné podle [1] provést následující kroky:

1. klasifikace průřezu
2. klasifikace soustavy

### 1 INTRODUCTION

In January 2009, the preliminary European steel-related standard ČSN P ENV 1993-1-1 became invalid and, in April 2010, the validity of the parallel Czech standard ČSN 73 1401 was terminated. Since then it has been necessary when designing steel structures to proceed according to the only valid standard ČSN EN 1993-1-1 Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for building [1] (hereinafter referred to as the standard). The requirements contained in the standard even relate to steel structures used in the underground construction industry, e.g. support frames from rolled steel sections.

### 2 STEEL COLLIERY SUPPORT FRAMES

Rolled profiles for steel colliery supports are today used first of all during the excavation of adits, construction pits, construction shafts and manholes. The main advantage of steel colliery support is its ability to carry loads immediately after installation, in contrast with Bretex-type lattice girders, which must be complemented by shotcrete, owing to which fact the ability to take loads lags behind the moment of the support installation. Another advantage is the significant variability of the cross-section; according to [8], there are the following basic geometries:

- LA ... trapezoidal cross section with the sides inclining at 1:4
- LB ... trapezoidal cross section with the sides inclining at 1:6
- KC ... circular cross section
- OO ... vaulted cross section with continuously rounded sides
- OR ... vaulted cross section with straight ends of straight parts

Trough sections (marked by letter K) and Toussaint-Heintzmann profiles (marked TH) produced by Acelor Mittal Ostrava a.s. are most frequently used in the Czech Republic.

The above mark is followed by a figure stating the rounded weight of the profile in kg per 1 metre (the exact weight of one metre of K21 and TH profiles is 20.74 kg and 20.92 kg, respectively).

Steel grade 11 500.0, the mechanical properties and chemical composition of which are presented in [6], is used for the production of the most frequently used profile, K21. This steel has the yield strength of 295 MPa and the tensile strength of  $470 \div 610$ . Steel quality 31 MN 4 is used for the production of TH21 profiles. Its mechanical properties and chemical composition are presented in [7]. This steel has the yield strength of 350 MPa and the minimum tensile strength of 550 MPa. (Table 1)

### 3 DESIGN AND ASSESSMENT OF STEEL COLLIERY SUPPORT FRAMES

Elements of steel colliery support frames are joined together to form frames, which are mostly perpendicular to the tunnel centre line. When a cross-section of the tunnel is being designed, it is reasonable to start from the geometrical shape of the frames, which is usually prescribed, see e.g. [8]. The following steps have to be

3. zavedení počátečních imperfekcí
4. volba typu stabilního výpočetního postupu
5. provedení globální analýzy (výpočtu vnitřních sil)
6. posouzení v mezním stavu únosnosti – stabilitní posouzení pro ohyb a osový tlak (interakční podmínky)
7. posouzení spoje, tzn. odpor výztuže proti prokluzu
8. posouzení v mezním stavu použitelnosti

### 3.1 Klasifikace průřezu

Norma [1] (dále jen norma) umožňuje provedení plastické globální analýzy, tedy výpočtu vnitřních sil za předpokladu vzniku plastických kloubů na prutové konstrukci. Plastická globální analýza obvykle vede k hospodárnějšímu návrhu, ovšem může být provedena jen při splnění normou udaných podmínek (odst. 5.6 normy).

Jedná se zejména o dostatečnou rotační kapacitu průřezu v místě vytvoření plastického kloubu. Ta se ověřuje pomocí tzv. klasifikace průřezu, tedy přiřazení třídy průřezu. Jsou rozlišeny 4 třídy průřezu označované číslicemi 1–4 (tabulka 5.2 normy), přičemž plastickou globální analýzu umožňují jen průřezy třídy 1.

Klasifikace se provádí na základě:

- tvaru průřezu (zejména poměru tloušťky a šířky jednotlivých částí průřezu),
- rozdělení napětí po průřezu (ohyb, tlak, ohyb + tlak),
- maximálního dosaženého napětí (meze kluzu).

Zatřídění průřezu bude využito i později při posouzení průřezu a prutu.

### 3.2 Klasifikace soustavy

Na základě klasifikace průřezu se může uživatel rozhodnout buď pro plastickou globální analýzu, nebo pro pružnou. Pro rám tvořený prvky s průřezem třídy 1 je možná plastická varianta, pro ostatní pouze pružná.

Dále je nutné klasifikovat soustavu (rám) s ohledem na stabilitní chování. V přednormě [7] byly zavedeny výrazy „posuvné“, resp. „neposuvné“ styčníky, které výstižně popisovaly chování rámu při vybočení prutů v rovině. Norma [1] už tyto výrazy pro klasifikaci neuznává a zatřídění rámu se provádí na základě stabilního výpočtu. Ověřuje se podmínka

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \text{ v případě pružné analýzy a} \quad (3)$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15 \text{ v případě plastické analýzy, kde}$$

$F_{cr}$  je kritické zatížení pro celkové vybočení,

$F_{Ed}$  je návrhové zatížení konstrukce.

Pokud je podmínka (3) splněna, postačí provedení globální analýzy 1. řádu s uvážením počáteční geometrie konstrukce. Pro

Tab. 1 Základní průřezové charakteristiky profilu K 21 pro pružný výpočet

	Označení	Jednotky	Hodnota
Materiál - mez kluzu	$f_y$	MPa	295
Hmotnost	G	kg/m	20,74
Plocha	A	mm <sup>2</sup>	2 642
Moment setrvačnosti	$I_y$	mm <sup>4</sup>	3 191 000
Vzdálenost horních vláken od těžiště	$y_h$	mm	51,89
Vzdálenost dolních vláken od těžiště	$y_d$	mm	52,11
Pružný průřezový modul horních vláken	$W_{h,y,el}$	mm <sup>3</sup>	61 500
Pružný průřezový modul dolních vláken	$W_{d,y,el}$	mm <sup>3</sup>	61 240
Statický moment plochy v těžišti	$S_y$	mm <sup>3</sup>	42 130
Šířka profilu v místě řezu vodorovnou těžišťovou osou	t	mm	13,96

conducted according to [1] when assessing a supporting frame structure:

1. classification of the cross-section
2. classification of the system
3. introduction of initial imperfections
4. selection of the type of the stability calculation procedure
5. execution of a global analysis (calculations of inner forces)
6. assessment for the ultimate limit state – stability assessment for bending and axial pressure (interaction conditions)
7. assessment of the joint, i.e. the sliding resistance of frame elements
8. assessment for the limit state of serviceability

### 3.1 Cross-section classification

The standard [1] (hereinafter referred to as the Standard) allows the plastic global analysis, i.e. the calculation of inner forces under the assumption of the development of plastic hinges on a framed structure, to be carried out. A plastic global analysis usually leads to a more economic design, but it can be carried out only when the conditions set by the Standard are met (see paragraph 5.6 of the Standard).

Among them it is, first of all, the sufficient rotational capacity of the cross-section in the location where a plastic hinge developed. The capacity is verified by means of the so-called cross-section classification, which means assigning a class to a cross-section. Four classes are distinguished, using figures 1-4 (see Table 5.2 of the Standard), where the plastic global analysis is possible only for cross-section class 1.

The classification is conducted on the basis of:

- the cross-section geometry (first of all the proportion between the thickness and width of individual parts of the cross-section),
- distribution of stress on the cross-section (bending, compression, bending + compression),
- maximum stress achieved (yield strength).

The classification of a cross-section will be even used later for assessing a cross-section and a rod.

### 3.2 Classification of the framework

The user can decide on the basis of the classification of the cross-section whether the plastic global analysis or elastic analysis is to be used. The plastic variant is possible only for a frame consisting of elements with the cross-section class 1; the elastic variant is the only possible for the other elements.

Further it is necessary to classify the framework with respect to the stability behaviour. The pre-Standard [7] introduced terms “sliding” or non-sliding joints, which aptly described the behaviour of a frame in the case of in-plane buckling of rods. The Standard [1] no more

Table 1 Basic cross-sectional properties of a K21 profile for elastic calculation

	Symbol	Units	Value
Material – yield strength	$f_y$	MPa	295
Weight	G	kg/m	20.74
Cross-sectional area	A	mm <sup>2</sup>	2,642
Moment of inertia	$I_y$	mm <sup>4</sup>	3,191,000
Distance between the upper fibre and the centre of gravity	$y_h$	mm	51.89
Distance between the bottom fibre and the centre of gravity	$y_d$	mm	52.11
Elastic sectional modulus for upper fibre	$W_{h,y,el}$	mm <sup>3</sup>	61,500
Elastic sectional modulus for bottom fibre	$W_{d,y,el}$	mm <sup>3</sup>	61,240
Static moment of area at centre of gravity	$S_y$	mm <sup>3</sup>	42,130
Profile width at the level of a horizontal axis passing through centre of gravity	t	mm	13.96

poměr kritického a návrhového zatížení mezi 3 a 10 norma umožňuje zjednodušený způsob zavedení účinků 2. řádu, pro poměr menší než 3 je nutno použít výpočet zohledňující přerozdělení vnitřních sil vlivem deformace rámu.

Stabilitní výpočet v obecném případě ovšem nelze provádět „ručně“, navíc ani neexistuje jeho obecný algoritmus. Většina softwarových programů nerozlišuje globální vlastní tvary vybočení, které jsou pro klasifikaci soustavy podstatné a tvary odpovídající tvaru vybočení lokálního prvku (např. sloupek zábradlí, diagonála ztužidla apod.), stabilitní výpočet je navíc nutno provést a vyhodnotit pro všechny stabilitní kombinace odděleně. Je ale možné opět použít konzervativní přístup, který bude podrobněji popsán v odstavci 3.4.

### 3.3 Zavedení počátečních imperfekcí

Zavedení počátečních imperfekcí (nepřesností) konstrukce úzce souvisí s volbou stabilitního výpočetního postupu popsaného v dalším odstavci. Norma rozlišuje imperfekce soustavy a imperfekce prutu. Imperfekce prutu (počáteční prohnutí) mohou být použity pro přímý výpočet vzpěru prutů, potom se tedy neuvažuje součinitel vzpěru. Imperfekce soustavy (počáteční naklonění) zohledňují počáteční naklonění celé soustavy (rámu).

Normou udávané hodnoty prutových imperfekcí zde nebudeme uvádět. Imperfekce soustavy jsou požadovány podle následujících vztahů:

$$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m \quad (4)$$

kde  $\phi_0$  je základní hodnota  $\phi_0 = 1/200$ ;

$\alpha_h$  redukční součinitel v závislosti na výšce sloupů  $h$ ;

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}, \text{ ale } \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1,0 ;$$

$h$  výška konstrukce v metrech;

$\alpha_m$  redukční součinitel pro počet sloupů v řadě:

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} ;$$

$m$  počet sloupů v řadě. Počítají se pouze sloupy, jejichž svislé zatížení  $N_{Ed}$  není menší než 50 % průměrného zatížení sloupů v posuzované svislé rovině.

Oba druhy imperfekcí lze nahradit náhradním zatížením, které vyvodí podobné účinky. Na obr. 4 je naznačeno zavedení globálních počátečních imperfekcí pomocí vodorovných sil.

Pro některé typy pozemních staveb lze globální imperfekce zanedbat, pokud je konstrukce zatížena významným vodorovným zatížením. V případě důlní výztuže tato pravidla ovšem není možné použít.

### 3.4 Volba typu stabilitního výpočetního postupu

Do výpočtu konstrukce je nutno zahrnout vliv vzpěru a klopení, souhrnně označovaných jako účinky 2. řádu. Konstruktor může volit mezi několika způsoby výpočtu. Liší se obvykle přesností, hospodárností výsledného návrhu, pracností a požadavky na softwarové vybavení a také vhodností pro jednotlivé typy konstrukcí. V zásadě je možné postupovat třemi způsoby:

#### A. Imperfekce soustavy, vzpěr a klopení ručně

Do modelu se nezavádějí prutové imperfekce, pouze imperfekce soustavy (naklonění). Po provedení výpočtu vnitřních sil se provede posouzení prutů (odst. 6.3 normy), přičemž vzpěrné délky se mohou brát rovné systémovým délkám, tedy  $L_{cr} \leq L$ . Algoritmus výpočtu je potom následující:

- Zavedou se imperfekce soustavy
- Rozhodnutí o řádu výpočtu podle

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \leq 10 :$$

uses these terms for the classification; the classification of a frame is conducted on the basis of a stability calculation. The following condition is to be verified:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \text{ in the case of the elastic analysis and} \quad (3)$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15 \text{ in the case of the plastic analysis, where}$$

$F_{cr}$  is for critical load for the overall buckling,

$F_{Ed}$  is for the design load acting on the structure.

If the condition (3) is met, it is sufficient to carry out the 1st-order global analysis, taking into consideration the initial geometry of the structure. For the proportion between the critical load and the design load ranging from 3 to 10, the Standard allows the simplified method of introducing 2nd-order effects, while the calculation allowing for the re-distribution of inner forces resulting from deformations of the frame is prescribed for the proportion smaller than 3.

In a general case, a stability calculation can be carried out “manually”; on top of that, there exists no general algorithm for the calculation. The majority of software programs distinguish neither their own global shapes of buckling modes (buckling eigenmodes), which are significant for the classification of the frame, nor the shapes corresponding to the shape of buckling of a local element (e.g. a railing post, diagonal braces etc.); in addition, the stability calculation has to be carried out and assessed separately for each stability combination. Although, it is again possible to apply the conservative approach, which will be described in more detail in paragraph 3.4.

### 3.3 Implementation of initial imperfections

The implementation of initial imperfections (inaccuracies) of the structure is closely related to the selection of the stability calculation procedure, which is described in the next paragraph. The Standard distinguishes sway imperfections and imperfections of a rod. Imperfections of a rod (initial deflections) can be used for the direct calculation of buckling of rods; this means that the buckling coefficient is not taken into consideration. The sway imperfections (initial tilting) take into consideration the initial tilting of the entire framework.

We are not going to present the values of rod imperfections referred to in the Standard. Sway imperfections are required according the following relationships:

$$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m \quad (4)$$

where  $\phi_0$  is the basic value  $\phi_0 = 1/200$ ;

$\alpha_h$  reduction coefficient depending on the height of columns  $h$ ;

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}, \text{ but } \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1,0$$

$h$  is for the height of the structure in metres,

$\alpha_m$  reduction coefficient for the number of columns in a row:

$$\alpha_m = \alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \leq 10$$

$m$  the number of columns in a row. Only the columns the load  $N_{Ed}$  acting on which is not lower than 50 per cent of the average load acting on the columns in the vertical plane being assessed.

Both types of imperfections can be substituted by an equivalent load which induces similar effects. The introduction of global initial imperfections by means of horizontal forces is outlined in Fig. 4.

Global imperfections can be disregarded for some types of building structures if the structure is loaded by a significant horizontal load. However, these rules cannot be applied in the case of colliery support frames.

$\alpha_{cr} < 10 \implies$  2. řád nezanedbatelný

$\alpha_{cr} > 10 \implies$  2. řád zanedbatelný

• Vzpěr a klopení pomocí součinitelů  $c$

• Vzpěrné délky systémové:  $L_{cr} \leq L$

• Posouzení – interakční podmínky podle odst. 6.3.3 normy:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1} M_{z,Rk}} \leq 1 \quad (5)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1} M_{z,Rk}} \leq 1 \quad (6)$$

kde

$N_{Ed}$ ,  $M_{y,Ed}$  a  $M_{z,Ed}$  jsou návrhové hodnoty tlakové síly a největších momentů k ose y-y a z-z, působící na prutu;

$M_{y,Ed}$ ,  $\Delta M_{z,Ed}$  momenty v důsledku posunu těžištvé osy pro průřezy třídy 4,

$\chi_y$  a  $\chi_z$  součinitele vzpěrnosti při rovinném vzpěru;

$\chi_{LT}$  součinitel klopení;

$k_{yy}$ ,  $k_{yz}$ ,  $k_{zy}$ ,  $k_{zz}$  součinitele interakce.

### B. Metoda ekvivalentních prutů (sloupů), vzpěr a klopení ručně

Při tomto postupu se nezavádějí imperfekce prutů ani soustavy. Provede se výpočet podle teorie 1. řádu. Stejně jako v případě A se posuzují pruty podle odst. 6.3 normy. Vzpěrné délky se stanovují z tvaru globálního vybočení, tedy  $L_{cr} > L$ .

- Model bez imperfekcí
- Lineární výpočet (1. řád)
- Teoretické vzpěrné délky, tj. s posuvem styčniců ...  $L_{cr} > L$
- Vzpěr a klopení pomocí součinitelů  $\chi$
- Posouzení – interakční podmínky podle odst. 6.3.3, zde (5) a (6).

### C. 2. řád, imperfekce soustavy i prutové imperfekce (přímé řešení)

Přímé řešení spočívá v zavedení prutových imperfekcí i imperfekcí soustavy přímo do výpočetního modelu. Provádí se výpočet 2. řádem bez ohledu na velikost součinitele  $\alpha_{cr}$ , vzpěr se zohlední ohybovým momentem, který je vyvolán počátečním prohnutím prutů. Provádí se posouzení průřezů podle odst. 6.2 normy.

### 3.4 Selection of the type of the stability calculation procedure

The structural calculation has to take into consideration the effects of both buckling and lateral torsional buckling, which are overall referred to as second-order effects. The designer can choose from several calculation methods. They usually differ in the precision, economy of the final design, work consumption and requirements for software, as well as suitability for particular types of structures. In principle, it is possible to proceed using the following three methods:

#### A. Sway imperfection, buckling and lateral torsional buckling – manual assessment

Only the sway imperfections are introduced into the model, no rod imperfections. When the calculation of inner forces is finished, the rods are assessed (paragraph 6.3 of the Standard); in so doing, it is possible to take effective lengths equal to system lengths, i.e.  $L_{cr} \leq L$ . The calculation algorithm is then as follows:

- Introduction of sway imperfections
- Decision on the calculation order according to

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \leq 10 :$$

$\alpha_{cr} < 10 \implies$  2<sup>nd</sup> order cannot be disregarded

$\alpha_{cr} > 10 \implies$  2<sup>nd</sup> order can be disregarded

- Buckling and lateral torsional buckling by means of  $\chi$  coefficients
- System effective lengths:  $L_{cr} \leq L$
- Assessment – interaction conditions according to paragraph 6.3.3 of the Standard:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1} M_{z,Rk}} \leq 1 \quad (5)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1} M_{z,Rk}} \leq 1 \quad (6)$$

where

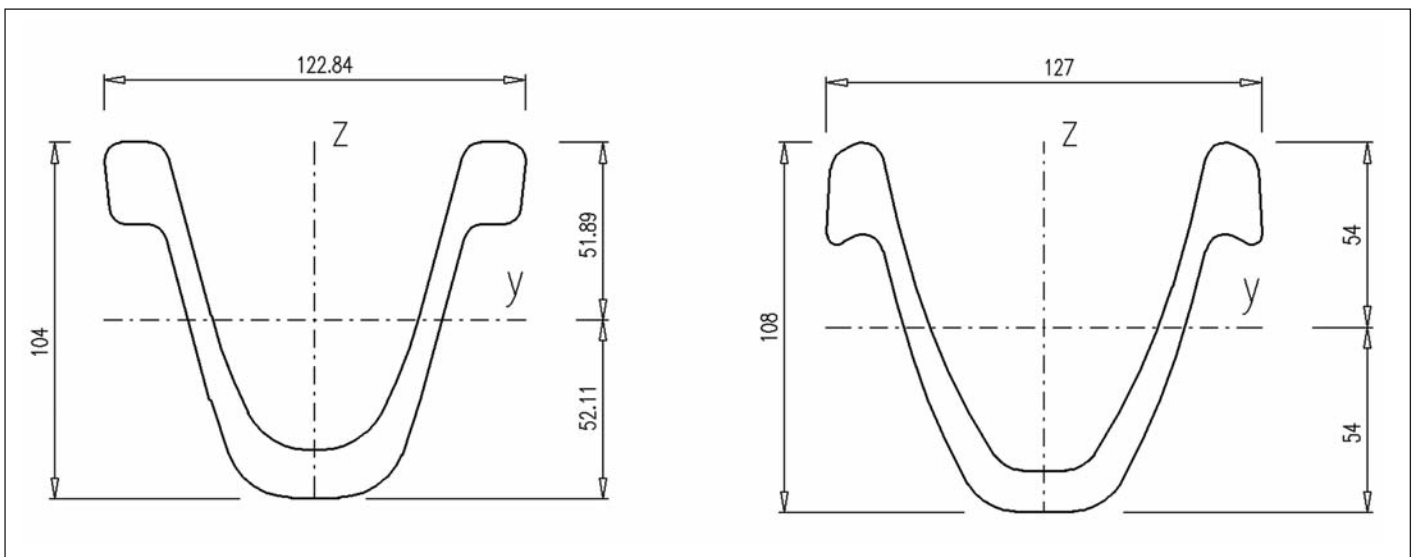
$N_{Ed}$ ,  $M_{y,Ed}$  and  $M_{z,Ed}$  are for design values of the compression force and largest moments to axes y-y and z-z, acting on the rod;

$M_{y,Ed}$ ,  $\Delta M_{z,Ed}$  moments induced due to shifting of the gravity axis for cross-section class 4,

$\chi_y$  and  $\chi_z$  buckling coefficients at in-plane buckling;

$\chi_{LT}$  lateral torsional buckling coefficient;

$k_{yy}$ ,  $k_{yz}$ ,  $k_{zy}$ ,  $k_{zz}$  interaction coefficients.



Obr. 1 Přčný řez profilem K21 a TH21

Fig. 1 Cross-section through K21 and TH21 profiles

- Model s prutovými imperfekcemi i s imperfekcemi soustavy
- Nelineární výpočet (2. řád)
- Posouzení průřezů podle odst. 6.2.9., zde (7), popř. (8). Klopení (popř. vzpěr z roviny) se zohlední obvykle dalším ručním posudkem.

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}, \quad (7)$$

popř. při pružném posouzení

$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (8)$$

Význam značek je uveden v normě.

### 3.4.1 Vhodnost postupů pro výpočet rámové konstrukce

Obecně neplatí, že lze za všech okolností použít všechny postupy. Pro rámovou konstrukci důlní výztuže lze za jistých předpokladů postupovat podle všech tří algoritmů. Metoda A je pro tento účel vhodná a doporučená, je ovšem nutné zadat imperfekce soustavy a potom rozhodnout o řádu výpočtu na základě výpočtu součinitele  $\alpha_{cr}$ , což může přinášet jisté obtíže. Metoda ekvivalentních sloupů (B), která je nejméně pracná (odpadá stabilitní výpočet i aplikace imperfekcí) se obecně pro rámové konstrukce nedoporučuje, protože zanedbává vliv 2. řádu pro příčel (stropnici), navíc je nejméně hospodárná. Přednorma [2] umožňovala zvětšit momenty v příčeli od posuvu styčnicků o 20 %, což představovalo bezpečný postup. Tato norma už dnes ovšem neplatí.

Metoda C, přímé řešení 2. řádem se zavedením obou typů imperfekcí, je použitelná a vede k hospodárnému návrhu. Nelze ovšem opomenout její jednoznačně největší pracnost a nároky na software.

Důlní výztuž není ovšem typická rámová konstrukce. Je ve vodorovném směru podepřena souvisle po celé výšce odporem zeminy, která ji současně zatěžuje. Pro dobře aktivovaný rám (Obr. 2) lze předpokládat vybočení pouze v rovině kolmé na osu díla. Připojení výztuže na ostění rovněž zabraňuje klopení.



Obr. 2 Aktivované rámy  
Fig. 2 Activated frames

### B. Equivalent rods (columns), buckling and lateral torsional buckling – manual assessment

When this procedure is used, neither rod imperfections nor sway imperfections are introduced. The calculation is carried out according to the **1st-order** theory. Rods are assessed in the same way as it is in the A case, according to paragraph 6.3 of the Standard. Effective lengths are determined from the shape of the global buckling mode shape, therefore  $L_{cr} > L$ .

- Model without imperfections
- Linear calculation (1st order)
- Theoretical effective lengths, i.e. with the displacement of joints ...  $L_{cr} > L$
- Buckling and lateral torsional buckling by means of  $\chi$  coefficients
- Assessment – interaction conditions according to paragraph 6.3.3, herein (5) and (6).

### C. 2nd order, sway imperfection and rod imperfections (direct solution)

The direct solution lies in the introduction of rod imperfections and sway imperfections directly into the calculation model. The **2nd-order** calculation is carried out, no matter the magnitude of coefficient  $\alpha_{cr}$ ; buckling is allowed for through the bending moment which is induced by the initial deflection of rods. **Cross-sections** are assessed according to paragraph 6.2 of the Standard.

- A model with rod imperfections and sway imperfections
- Non-linear calculation (2nd order)
- Assessment of cross-sections according to paragraph 6.2.9, herein (7) or (8). Lateral torsional buckling (or out-of-plane buckling) is made provisions for by an additional manual assessment.

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}, \quad (7)$$

or, in the case of an elastic assessment

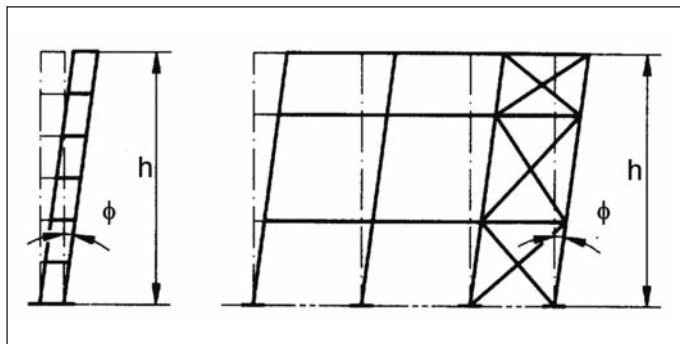
$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (8)$$

The meaning of symbols is explained in the Standard.

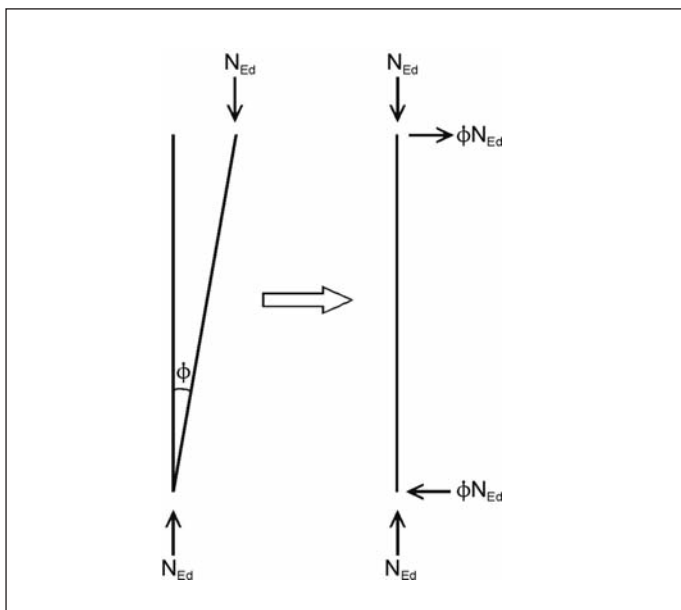
### 3.4.1 Suitability of procedures for frames

It generally does not apply that all of the procedures can be used under any circumstances. As far as a colliery support frame structure is concerned, it is possible under certain conditions to use all of the three algorithms. Method A is suitable and recommended for this purpose, however, it is necessary to introduce sway imperfections and then decide on the calculation order on the basis of  $\alpha_{cr}$ , which may carry certain difficulties. The equivalent columns method (B), which is least laborious (the stability calculation and the application of imperfections is not carried out) is not in general recommended for frames because it disregards the effect of the 2nd order for cross bars (overhead beams) and, in addition, it is less economic. The pre-Standard [2] made it possible to increase moments in the cross bar induced by the displacement of joints by 20 %, which represented a safe procedure. Nevertheless, this standard is today invalid.

Method C, the direct solution through the 2nd order, introducing both types of imperfections, leads to an economic design. Of course,



Obr. 3 Zavedení globálních imperfekcí  
Fig. 3 Introduction of global imperfections



Obr. 4 Nahrazení počátečních imperfekcí soustavou náhradních vodorovných sil

Fig. 4 Substitution of initial imperfections by a system of substitute horizontal forces

### 3.5 Číselný příklad

Pro posouzení ocelové konstrukce podle [1] byl zvolen lichoběžníkový příčný řez štolý LB.07 s výztuží z válcovaných profilů K21. Spojení jednotlivých dílů důlní ocelové výztuže je navrženo třmenovým spojem se dvěma třmeny. Konstrukce tvoří symetrický rám se šikmými stojkami, které jsou kloubově uloženy. Rámové rohy jsou zaoblené. Celý rám je liniově podepřen radiálními a tangenciálními pružinami. Radiální pružiny působí pouze v tlaku, tangenciální liniové podpory působí pružně. Tento systém simuluje uložení rámu provizorní výstroje do podložných patek (obr. 5). Podélná vzdálenost rámu je 1 m, je uvažováno svislé návrhové zatížení příčle hodnotou

$$p_{z,ED} = 30 \text{ kN/m}^2 = 30 \text{ kN/m}$$

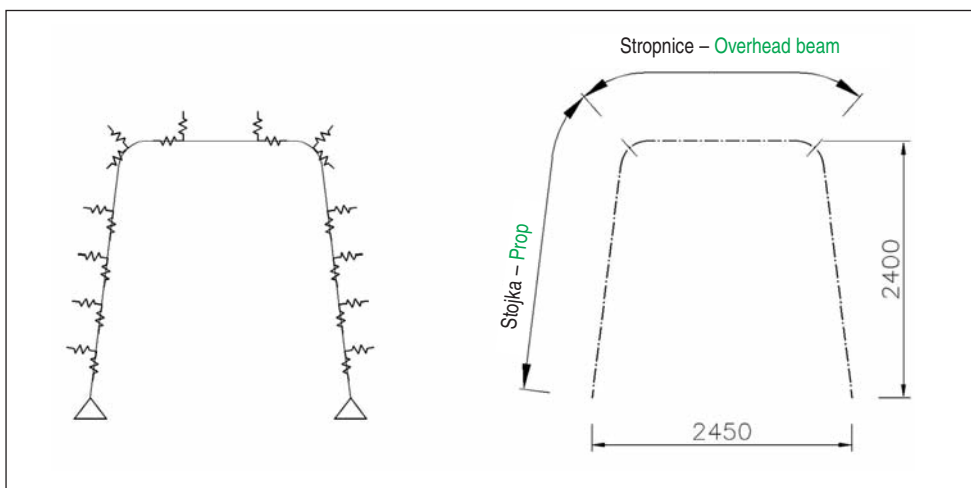
a vodorovné zatížení stojek

$$p_{y,ED} = 10 \text{ kN/m}^2 = 10 \text{ kN/m}$$

Hodnoty zatížení jsou určeny podle klenbové teorie M. M. Protodjakonova pro různě tvrdé břidlice, koeficient pevnosti horniny  $f_p = 3$ .

#### Klasifikace

Provedeme klasifikaci průřezu K21. Jak je výše uvedeno, rozhodující je geometrický tvar průřezu a způsob namáhání. Na počátku výpočtu obvykle není zcela jasné, jaké vnitřní síly se budou v konstrukci



Obr. 5 Statický model rámu

Fig. 5 Static model of a frame

the unambiguously highest laboriousness and demands for software cannot be forgotten.

Nevertheless, a colliery frame is not a typical frame structure. It is supported horizontally continually, throughout its height, by the ground resistance, which at the same time applies the load on it. It is possible to assume that a well activated colliery frame (see Fig. 2) can buckle only in the plane perpendicular to the tunnel centre line. The connection of the reinforcement to the lining also prevents lateral torsional buckling.

### 3.5 Numerical example

A trapezoidal cross-section through LB.07 adit with the support consisting of rolled profiles K21 was chosen for the assessment of the steel structure according to [1]. The connection between individual segments of the colliery steel frames is designed by means of a stirrup joint consisting of two stirrups. The structure is a symmetric frame with slanted hinged props. The frame corners are rounded. The whole frame is linearly supported by radial and tangential springs. The radial springs act only on compression, while the tangential linear supports act elastically. This system simulates the bearing of the temporary support frame in supporting footings (see Fig. 5). The longitudinal spacing of the frames is 1 m; the design load acting on the cross bar is assumed to be

$$p_{z,ED} = 30 \text{ kN/m}^2 = 30 \text{ kN/m}$$

and the horizontal load acting on the props to be

$$p_{y,ED} = 10 \text{ kN/m}^2 = 10 \text{ kN/m}$$

The load values are determined according to the arch theory for shales with various hardness, with the rock strength coefficient  $f_p = 3$ .

#### Classification

We will carry out the classification of K21 cross-section. As mentioned above, the geometrical shape of the cross-section and the loading mode decide. At the beginning of the calculation it is usually not totally clear which inner forces will exist in the structure. For that reason, either an assessment is carried out to be further improved or an elastic global analysis is conducted directly, conservatively, and the classification is performed subsequently, on the basis of its results.

In the case of colliery frames, it is possible to expect that combined loading by axial pressure and bending will act on the props and the cross bar (overhead beam). Table 5.2 of the Standard contains classification rules for these cases, specifying the exact proportion between the compressed and tensioned parts of the cross-section. It is conservatively possible to assume the entire cross-section to be compressed.

Another difficulty emerges at the moment of the interpretation of the cross-section geometry. The Standard distinguishes inner and projecting parts of a cross-section or tubes. K21 cross-section can again

be conservatively assumed to be a cross-section consisting of one inner part (the bottom of a trough) and two projecting parts. The favourable effect of the expanded sides (walls) will be eventually disregarded.

Then the following condition must be met for Class 1:

a) for the projecting parts

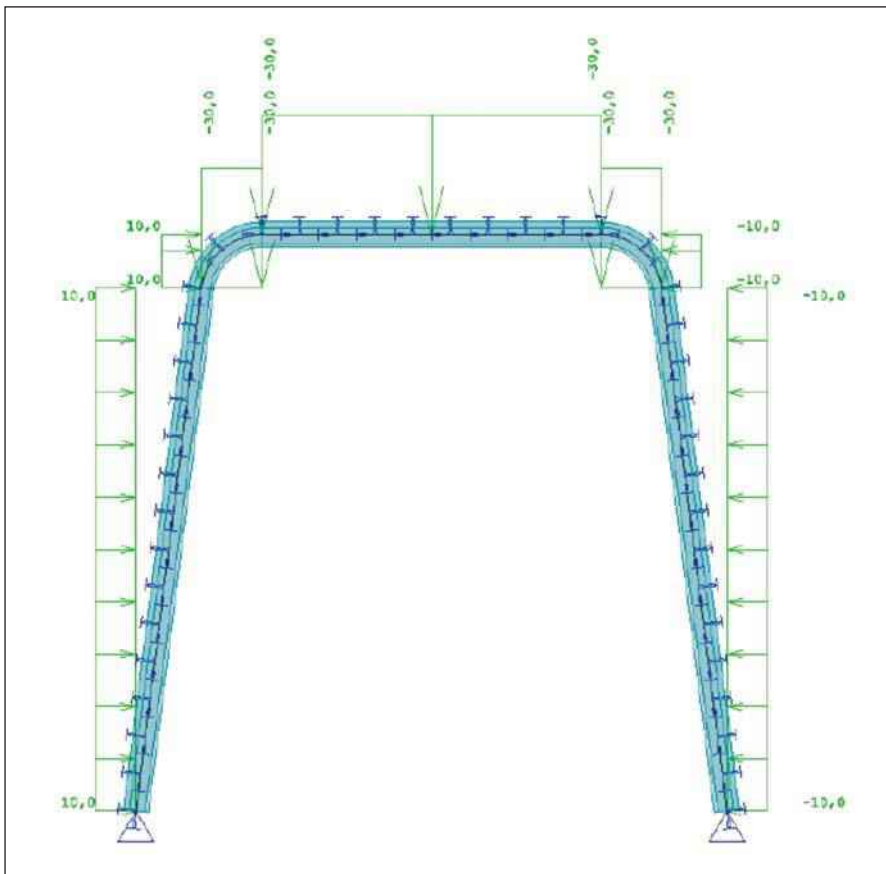
$$\frac{c}{t} \leq 9\epsilon = 9 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (9)$$

where  $c$  is for the length of the projecting part

$t$  is for thickness of the part

$f_y$  is for the yield strength.

In our case the result is (for an average thickness of the wall of 10.3 mm – as specified by the program) as follows:



Obr. 6 Zatížení rámu, schéma podepření a rozdělení rámu na pruhy  
Fig. 6 Frame loading, chart of the bearing and division into bars

vyskytovat, a proto je proveden buď odhad, který se dále zpřesňuje, nebo se rovnou konzervativně provede pružná globální analýza a klasifikace se provádí až na základě jejich výsledků.

V případě důlní výztuže lze očekávat ve stojkách i příčli (stropnici) kombinované namáhání osovým tlakem a ohybem. Tabulka 5.2 normy udává pro tyto případy klasifikační pravidla pro přesný poměr tlacené a tažené části průřezu. Konzervativně lze uvažovat celý průřez tlacený (což může vést k vyšší třídě průřezu).

Další obtíž nastává v okamžiku interpretace tvaru průřezu. Norma rozlišuje vnitřní a přečnávající části průřezu, popř. trubky. Průřez K21 lze opět konzervativně považovat za průřez s jednou vnitřní částí (dno žlabu) a dvě přečnávající části. Příznivý účinek rozšíření bočnic (stěn) na konci bude zanedbán.

Potom pro 1. třídu musí být splněna podmínka:

a) pro přečnávající části

$$\frac{c}{t} \leq 9\epsilon = 9 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (9)$$

kde  $c$  je délka přečnávající části  
 $t$  je tloušťka části  
 $f_y$  je mez kluzu.

V našem případě vychází (pro průměrnou tloušťku stěny 10,3 mm – stanoveno programem)

$$\frac{c}{t} = \frac{95}{10,3} = 9,2 \leq 9\epsilon = 9 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 9 \sqrt{\frac{235}{295}} = 8, \text{ není splněno.}$$

b) pro vnitřní část

$$\frac{c}{t} \leq 33\epsilon = 33 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (10)$$

kde  $c$  je délka vnitřní části,  
 $t$  je tloušťka části,  
 $f_y$  je mez kluzu.

$$\frac{c}{t} = \frac{95}{10,3} = 9,2 \leq 9\epsilon = 9 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 9 \sqrt{\frac{235}{295}} = 8,$$

the condition is not met.

b) for the inner part

$$\frac{c}{t} \leq 33\epsilon = 33 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (10)$$

where  $c$  is for the length of the inner part,

$t$  is for the thickness of the part,

$f_y$  is for yield strength.

In our case, we consider the actual dimensions

$$\frac{c}{t} = \frac{46}{14} = 3,3 \leq 33\epsilon = 33 \sqrt{\frac{235}{295}} = 29,$$

the condition is met.

It turned out that if we disregard the favourable effect of braces at the upper end of the walls, it is not possible to apply class 1. We will further assess the wall for class 2:

$$\frac{c}{t} = \frac{95}{10,3} = 9,2 \leq 10\epsilon = 10 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 10 \sqrt{\frac{235}{295}} = 8,9$$

again, the condition is not met,

for class 3

$$\frac{c}{t} = \frac{95}{10,3} = 9,2 \leq 14\epsilon = 14 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 14 \sqrt{\frac{235}{295}} = 12,5$$

the condition is met.

We will conservatively leave class 3 for the whole following calculation. Then the global analysis and assessment of elements have to be conducted in the elastic way.

*A note on the classification of the cross-section:*

The classification of K21 cross-section was carried out according to Table 5.2 of the Standard for a U profile, but K21 profile is much more complex and dissected. This simplification leads to the categorisation of the cross-section as class 3, which is very conservative as far as the assessment is concerned, but does not allow us to make use of the plastic reserve of this profile. The authors had two reasons for this step: difficulties with the determination of the magnitude of the shearing area  $A_v$  according to paragraph 6.2 of the Standard (the calculation is not presented for a general cross-section) and generally higher uncertainty in determining the load acting on the geotechnical structure. Despite this simplification, the use of the cross-section is insignificant. The use of the plastic reserve in the case of this cross-section would be probably possible in reasoned cases, on the basis of a more thorough analysis.

**Critical load coefficient**

Taking into consideration the reasons mentioned above in paragraph 3.4.1, we will head towards the recommended method A. The design values of loads have to be taken into account in the stability combination. Support rigidity values are taken into account according to [12] as follows:

Radial rigidity:

$$k_r = \frac{E_{def}}{r(1+\nu)}, \text{ in our case } k_r = 10 \text{ MN/m}^3.$$

Tangential rigidity  $k_t$  was guessed to be  $0.1 \text{ MN/m}^3$ .

SCIA Engineer 2010.1 program was used for the calculation. The magnitude of the load taken into consideration is shown in Fig. 6.

The values of coefficients  $\alpha_{cr}$  according to condition (3) are presented in Table 2; Fig. 7 shows the corresponding buckling eigenmodes.

V našem případě odečteme přibližné rozměry

$$\frac{c}{t} = \frac{46}{14} = 3,3 \leq 33\epsilon = 33 \sqrt{\frac{235}{295}} = 29, \text{ je splněno.}$$

Ukázalo se, že pokud zanedbáme příznivý vliv výtuh na horním konci stěn, nelze konzervativně považovat za třídu 1. Prověříme stěnu dále pro 2. třídu:

$$\frac{c}{t} = \frac{95}{10,3} = 9,2 \leq 10\epsilon = 10 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 10 \sqrt{\frac{235}{295}} = 8,9 \quad \text{opět není splněno,}$$

pro 3. třídu

$$\frac{c}{t} = \frac{95}{10,3} = 9,2 \leq 14\epsilon = 14 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 14 \sqrt{\frac{235}{295}} = 12,5, \text{ je splněno.}$$

Ponecháme konzervativně třídu 3 pro celý následující výpočet. Globální analýza i posouzení prvků musí být potom provedeny pružně.

*Poznámka k zařídění průřezu:*

Zařídění profilu K21 bylo provedeno podle tabulky 5.2 normy jako profil U, profil K21 je však podstatně složitější a členitější. Provedené zjednodušení vede k zařazení průřezu do 3. třídy průřezu, což je z hlediska posuzování velmi konzervativní a na straně bezpečnosti, avšak neumožňuje využití plastické rezervy tohoto profilu. K tomuto kroku vedly autory dva důvody: obtíž se stanovením velikosti smykové plochy  $A_v$  podle odstavce 6.2.6 normy (pro obecný průřez není výpočet uveden) a obecně vyšší nejistota při stanovení zatížení geotechnické konstrukce. Přes toto zjednodušení je využití průřezu nevýznamné. Využití plastické rezervy u tohoto průřezu by v odůvodněných případech na základě důkladnější analýzy pravděpodobně bylo možné.

**Součinitel kritického zatížení**

Vzhledem k důvodům uvedeným v odstavci 3.4.1 budeme směřovat k doporučené metodě A. Ve stabilitní kombinaci je potřeba uvažovat návrhové hodnoty zatížení. Tuhosti podepření jsou uvažovány podle [12] následovně:

Tuhost v radiálním směru:

$$k_r = \frac{E_{def}}{r(1+\nu)}, \text{ v našem případě } k_r = 10 \text{ MN/m}^3.$$

Tuhost v tangenciálním směru  $k_t$  byla odhadnuta na  $0,1 \text{ MN/m}^3$ .

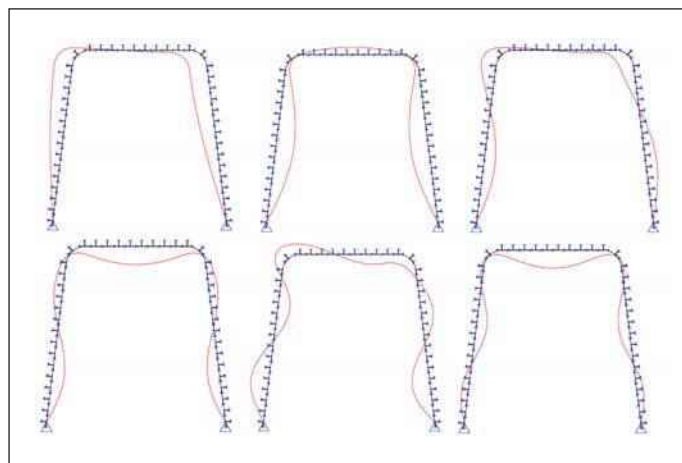
Pro výpočet byl použit program SCIA Engineer 2010.1. Velikost uvažovaného zatížení je patrná z obr. 6.

Hodnoty součinitelů  $\alpha_{cr}$  podle podmínky (3) jsou uvedeny v tab. 2, na obr. 7 jsou vykresleny odpovídající vlastní tvary vybočení.

Tab. 2 Součinitele kritického zatížení

Součinitele kritického zatížení	
Číslo vlastního tvaru	$\alpha_{cr}$
1	18,57
2	46,57
3	64,40
4	122,76
5	156,46
6	212,34

Protože podmínka (3) je splněna už pro první vlastní tvar, je možné pokračovat globální analýzou 1. řádu s uvažováním imperfekcí soustavy (postup A). Obecně je nutné ještě ověřit, že první vlastní tvar vybočení odpovídá pravděpodobnému kolapsu celé konstrukce a nejedná se jen o lokální nevýznamný efekt (např. výplňový sloupek zábradlí v modelu schodiště, neaktivní lano apod.). 1. vlastní tvar vybočení jednoznačně odpovídá konstrukci s posuvnými styčnicí.



Obr. 7 Vlastní tvary vybočení č. 1–6

Fig. 7 Buckling eigenmodes No. 1-6

Table 2 Coefficients of critical loads

Coefficients of critical loads	
Buckling eigenmodes	$\alpha_{cr}$
1	18,57
2	46,57
3	64,40
4	122,76
5	156,46
6	212,34

Since condition (3) is met already for the first buckling eigenmode, it is possible to proceed with the 1st-degree global analysis, taking into consideration sway imperfections (procedure A). In addition, it is generally necessary to verify whether the first buckling eigenmode corresponds to the probable collapse of the whole structure, that it is not a local, insignificant effect (affecting, for instance, an infill post of a handrail in the model of a staircase, an inactive cable etc.). The 1st buckling eigenmode unambiguously corresponds to the structure with sliding joints.

**Imperfections**

The initial imperfection is, according to (4):

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_n \cdot \alpha_c = \frac{1}{200} \cdot 1 \cdot 1 = 0,005$$

We substitute tilting of the structure by a horizontal force acting at the level of the cross bar:

$$I_{ED} = \phi \cdot N_{ED} = 0,005 \cdot 2,14 = 0,32 \text{ kN.}$$

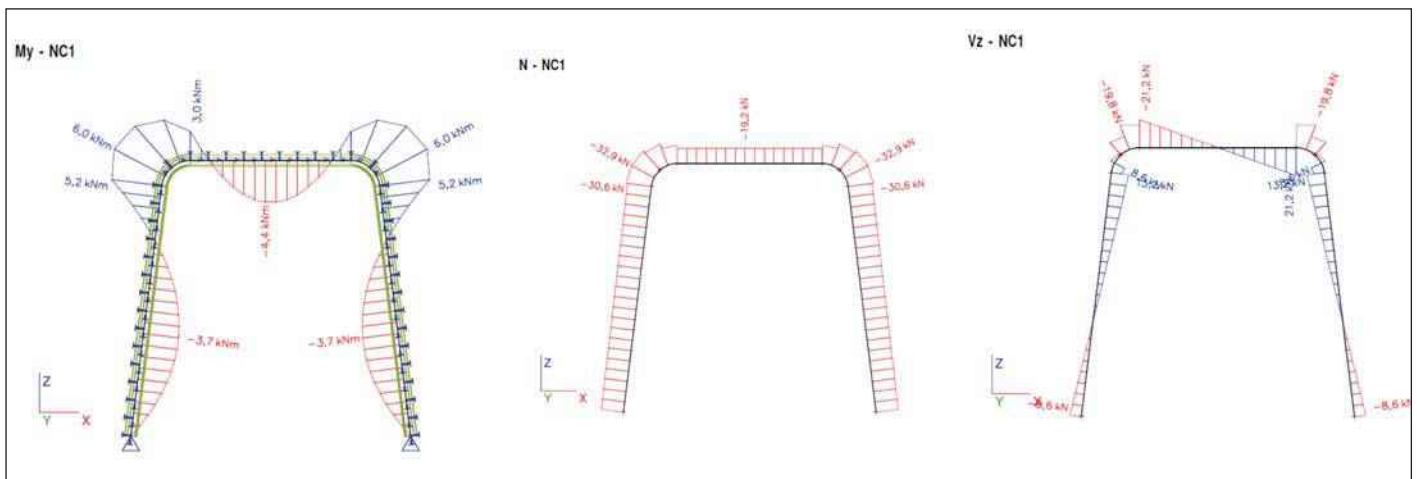
**Inner forces**

It is obvious at first sight that this is only a slight increase in stresses; the asymmetry will manifest itself only in the second decimal place (it is not displayed). Resultant inner forces on the frame with the original loads with the horizontal force  $I_{ED}$  added to them are presented in Fig. 8.

**Prop assessment**

A colliery support frame is loaded by a combination of a normal force, shear force and a bending moment. Because we have categorised the cross-section as class 3, it is necessary to carry out an elastic assessment according to relationships (5) and (6). Since in our case lateral torsional buckling is prevented and biaxial bending does not occur in this case, the relationships are simplified:





Obr. 8 Průběh ohybových momentů, normálových sil a posouvajících sil  
Fig. 8 Curvatures for bending moments, normal forces and shear forces

**Imperfekce**

Počáteční imperfekce je podle (4):

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_n \cdot \alpha_c = \frac{1}{200} \cdot 1 \cdot 1 = 0,005$$

Naklonění konstrukce nahradíme vodorovnou silou v úrovni příčle:  
 $I_{ED} = \phi \cdot N_{ED} = 0,005 \cdot 2 \cdot 14 = 0,32 \text{ kN}$ .

**Vnitřní síly**

Na první pohled je vidět, že jde jen o nepatrné zvýšení namáhání, nesymetrie se projeví až na druhém desetinném místě (není zobrazeno). Výsledné vnitřní síly na soustavě s původním zatížením doplněným o vodorovnou sílu  $I_{ED}$  jsou na obr. 8.

**Posouzení stojky**

Rám ocelové dűlní výtuzže je namáhán kombinací normálové síly, smykové síly a ohybového momentu. Protože jsme zařadili průřez do 3. třídy, musí být provedeno pružné posouzení podle vztahů (5) a (6). Protože je v našem případě zabráněno klopení a nevyskytuje se zde šikmý ohyb, vztahy se zjednoduší:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\gamma_{M1} M_{y,Rk}} \leq 1,$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\gamma_{M1} M_{y,Rk}} \leq 1$$

Charakteristické hodnoty únosnosti průřezu v tlaku a ohybu jsou  
 $N_{Rk} = A \cdot f_y = 2642 \cdot 295 = 779,4 \text{ kN}$ ,

$$M_{y,el,Rk} = W_{el,y} \cdot f_y = 61,5 \cdot 10^3 \cdot 295 = 18,07 \text{ kNm}$$

Stanovíme součinitele vzpěrnosti  $\chi_y$  a  $\chi_{zv}$ . Protože v podélném směru dűla je stojka průběžně zajištěna proti vybočení, je

$$\chi_y = 1.$$

Vzpěrnou délku pro vybočení v rovině rámu budeme uvažovat systémovou podle odstavce 3.4A, tedy rovnou délce L.

$$L_{cr,y} = L = 2\,400 \text{ mm},$$

Dále určíme poměrnou štűhlost

$$\bar{\lambda}_y = \frac{L_{cr,y}}{i_y} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{2\,400}{\sqrt{3\,191\,000}} \cdot \frac{1}{83,8} = 0,824$$

$$\lambda_1 = 93,9 \varepsilon = 93,9 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 93,9 \sqrt{\frac{235}{295}} = 83,8$$

a následně součinitel vzpěrnosti  $\chi_y$  (uvažujeme křivku c pro U průřez):

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\gamma_{M1} M_{y,Rk}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\gamma_{M1} M_{y,Rk}} \leq 1$$

Characteristic values of the bearing capacity of the cross-section in compression and bending are as follows:

$$N_{Rk} = A \cdot f_y = 2642 \cdot 295 = 779,4 \text{ kN},$$

$$M_{y,el,Rk} = W_{el,y} \cdot f_y = 61,5 \cdot 10^3 \cdot 295 = 18,07 \text{ kNm}$$

We determine buckling coefficients  $\chi_y$  and  $\chi_{zv}$ . Because the buckling of the prop in the longitudinal direction of the tunnel is prevented,

$$\chi_y = 1.$$

We will consider the effective length for buckling in the plane of the frame to be given by the system, according to paragraph 3.4A, therefore its length will be identical with the prop length L.

$$L_{cr,y} = L = 2\,400 \text{ mm},$$

Further we determine the relative ratio of slenderness

$$\bar{\lambda}_y = \frac{L_{cr,y}}{i_y} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{2\,400}{\sqrt{3\,191\,000}} \cdot \frac{1}{83,8} = 0,824$$

$$\lambda_1 = 93,9 \varepsilon = 93,9 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 93,9 \sqrt{\frac{235}{295}} = 83,8$$

and subsequently the buckling coefficient  $\chi_y$  (we use the c curve for a U cross-section):

$$\chi_y = 0,65$$

Then the coefficients  $k_{yy}$  and  $k_{zy}$  are calculated. For their determination, we use the recommended appendix B of the Standard. First we determine the equivalent moment coefficient  $C_{my}$  according to Table B.3 of the standard (here in Table 3):

According to the 1st stability buckling eigenmode this is a frame with displacement of joints, therefore, according to the note in the Table 3.

Coefficients  $k_{yy}$  and  $k_{zy}$  are according to the recommended appendix B.1 of the Standard (here in Table 4). Because the prop is supported throughout its length, it is not prone to torsion.

Tab. 3 Součinitele  $C_m$  ekvivalentního konstantního momentu  
Table 3 Coefficients  $C_m$  of the equivalent constant moment

Průběh momentu Moment curvature	Rozsah Range		$C_{my}$ a $C_{mz}$ a $C_{mLT}$	
			Rovnoměrné zatížení Uniformly distributed load	Soustředěné zatížení Concentrated load
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
		$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$-1 \leq \psi < 0$	$0,1(1-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1+2\psi)$	$0,90 + 0,10\alpha_h(1+2\psi)NP$

Součinitel ekvivalentního konstantního momentu při vybočení s posuvem styčniců se má uvažovat  $C_{my} = 0,9$  nebo  $C_{Mz} = 0,9$ .  
 $C_{my}$ ,  $C_{mz}$  a  $C_{mLT}$  se mají stanovit v závislosti na průběhu momentu mezi příslušnými body podepření následovně:

The equivalent constant moment factor for buckling with displacement of joints is to be considered to be  $C_{my} = 0.9$  or  $C_{Mz} = 0.9$ .

$C_{my}$ ,  $C_{mz}$  and  $C_{mLT}$  are to be determined with respect to the moment curvature between respective supporting points as follows:

Součinitel:	osa ohybu:	body podepřené ve směru:	Factor:	bending axis:	points supported in the direction:
$C_{my}$	y-y	z-z	$C_{my}$	y-y	z-z
$C_{mz}$	z-z	y-y	$C_{mz}$	z-z	y-y
$C_{mLT}$	y-y	y-y	$C_{mLT}$	y-y	y-y

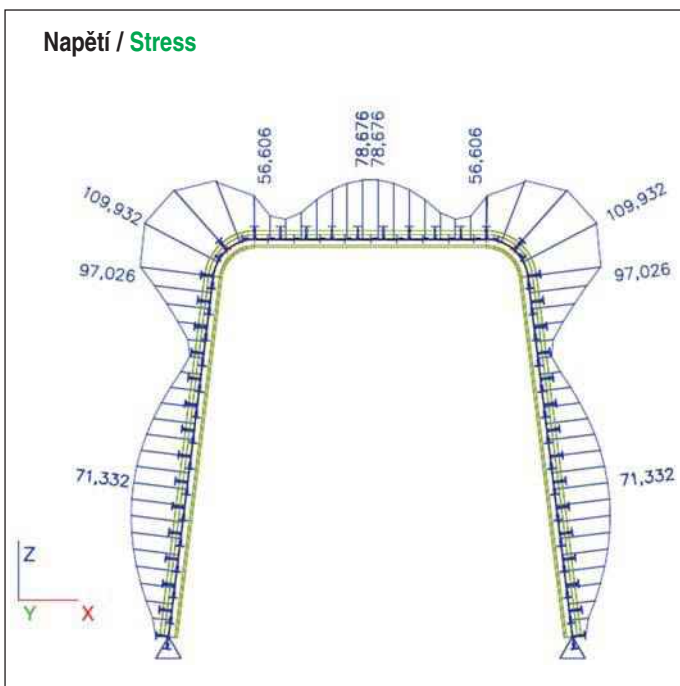
$\chi_y = 0,65$

Dále se vypočtou součinitele  $k_{yy}$  a  $k_{zy}$ . Pro jejich stanovení využijeme doporučenou přílohu B normy. Nejprve určíme podle tabulky B.3 normy součinitel ekvivalentního momentu  $C_{my}$  (zde tab. 3):

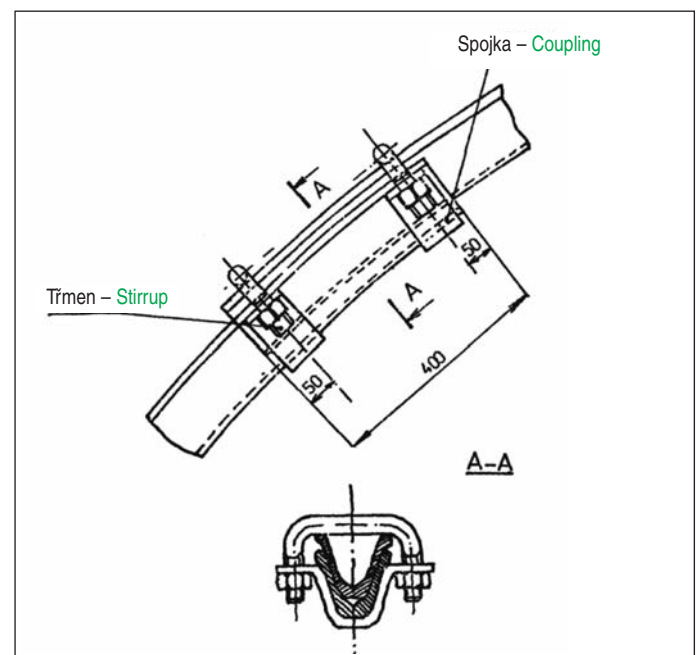
Podle 1. vlastního tvaru stabilitního vybočení se jedná o rám s posuvem styčniců, proto podle poznámky v tabulce:  $C_{m,y} = 0,9$

Součinitele  $k_{yy}$  a  $k_{zy}$  jsou podle doporučené přílohy B.1 normy (zde tab. 4). Protože je stojka po celé délce kontinuálně podepřena, není náchylná ke zkroutení.

$$k_{yy} = \min \left( \begin{matrix} C_{my} \left( 1 + 0,6 \frac{\bar{\lambda}_y}{Z_y} \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} \right) \\ C_{my} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{Z_y} \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}} \right) \end{matrix} \right) = \min \left( \begin{matrix} 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \cdot 0,824 \frac{32\,900}{0,65 \cdot 779\,000} \right) \\ 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \frac{32\,900}{0,65 \cdot 779\,000} \right) \end{matrix} \right) = \min \left( \begin{matrix} 0,93 \\ 0,94 \end{matrix} \right) = 0,93$$



Obr. 9 Průběh srovnávacího napětí  
Fig. 9 Equivalent stress curvature



Obr. 10 Třmenový spoj  
Fig. 10 Stirrup joint

Tab. 4 Interakční součinitele  $k_{ij}$  pro pruty, které nejsou náchylné ke zkroucení  
 Table 4 Interaction coefficients  $k_{ij}$  for bars which are not prone to torsion

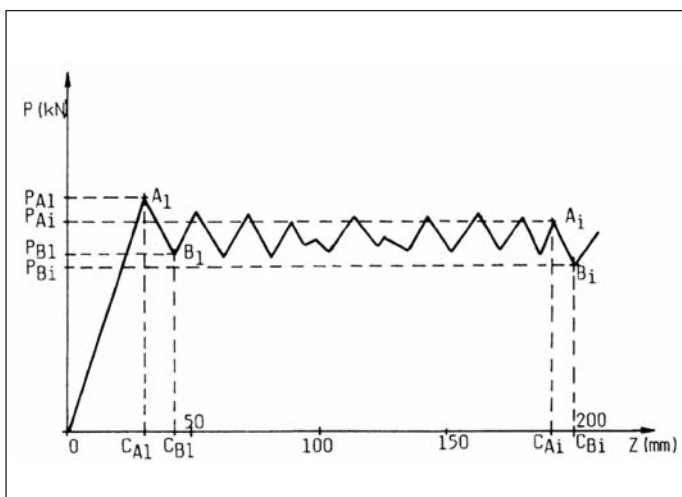
Interakční součinitele Interaction coefficients	Typ průřezu Cross-section type	Předpoklady navrhování / Design assumptions	
		Pružnostní návrh – průřezy třídy 3 a 4 Elastic design – cross section classes 3 and 4	Plasticitní návrh – průřezy třídy 1 a 2 Plastic design – cross-section classes 1 and 2
$k_{yy}$	I průřezy, pravoúhlé duté průřezy I sections, rectangular, hollow sections	$C_{my} \left( 1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
$k_{yz}$	I průřezy, pravoúhlé duté průřezy I sections, rectangular, hollow sections	$k_{zz}$	$0,6 k_{zz}$
$k_{zy}$	I průřezy, pravoúhlé duté průřezy I sections, rectangular, hollow sections	$0,8 k_{yy}$	$0,6 k_{yy}$
$k_{zz}$	I průřezy I sections	$C_{mz} \left( 1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left( 1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	Pravoúhlé duté průřezy Rectangular hollow sections		$C_{mz} \left( 1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$

Pro I a H-průřezy a pro pravoúhlé duté průřezy namáhané osovým tlakem a rovinným ohybem  $M_{y,Ed}$  může být  $k_{zy} = 0$ .  
 For I and H cross-sections and rectangular hollow sections loaded by axial pressure and in-plane bending  $M_{y,Ed}$ , the  $k_{zy}$  may be equal to zero.

$$k_{yy} = \min \left( \begin{matrix} C_{my} \left( 1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right) \\ C_{my} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right) \end{matrix} \right) = \min \left( \begin{matrix} 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \cdot 0,824 \frac{32\,900}{0,65 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} \right) \\ 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \frac{32\,900}{0,65 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} \right) \end{matrix} \right) = \min \left( \begin{matrix} 0,93 \\ 0,94 \end{matrix} \right) = 0,93$$

$$k_{zy} = 0,8 k_{yy} = 0,8 \cdot 0,92 = 0,74$$

Po dosažení do interakčních podmínek vychází:



Obr. 11 Práce spoje  
 Fig. 11 Action of the joint

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\gamma_{M1}} = \frac{32\,900}{0,65 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} + 0,93 \frac{6,0 \cdot 10^6}{18,07 \cdot 10^6} = 0,06 + 0,31 = 0,37 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\gamma_{M1}} = \frac{32\,900}{1,0 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} + 0,74 \frac{6,0 \cdot 10^6}{18,07 \cdot 10^6} = 0,04 + 0,25 = 0,29 \leq 1$$

After inserting into the interaction conditions, the result is:

The prop is perfectly satisfactory for the combination of compression and bending.

**Assessment of shear carrying capacity of the prop cross-section**

We determine the value of the maximum shear stress in the prop cross-section:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} S_y}{I t} = \frac{19\,800 \cdot 42\,130}{3\,191 \cdot 10^6 \cdot 13,96} = 18,7 \text{ MPa} < \frac{f_y}{\gamma_{M0} \cdot \sqrt{3}} = \frac{295}{1 \cdot \sqrt{3}} = 170,3 \text{ MPa}$$

**Assessment of equivalent stress in the cross-section**

We add the calculation of the equivalent stress. The maximum value is found in the frame corner:

$$\sqrt{\sigma_{ed}^2 + 3 \tau_{ed}^2} = 110 \text{ MPa} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{295}{1,0} = 295 \text{ MPa}$$

**Assessment of the cross bar (overhead beam)**

We will use a similar assessment procedure even in the case of the frame cross bar. Characteristic values of the carrying capacity of the cross-section in compression and bending are identical as in the case of the prop:

$$N_{rk} = A \cdot f_y = 2642 \cdot 295 = 779,4 \text{ kN,}$$

$$M_{y,el,Rk} = W_{el,y} \cdot f_y = 61,5 \cdot 10^3 \cdot 295 = 18,07 \text{ kNm.}$$

$$\chi_y \frac{N_{Ed}}{\gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{Ed}}{\gamma_{M1}} = \frac{32\,900}{0,65 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} + 0,93 \frac{6,0 \cdot 10^6}{18,07 \cdot 10^6} = 0,06 + 0,31 = 0,37 \leq 1,$$

$$\chi_z \frac{N_{Ed}}{\gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{Ed}}{\gamma_{M1}} = \frac{32\,900}{1,0 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} + 0,74 \frac{6,0 \cdot 10^6}{18,07 \cdot 10^6} = 0,04 + 0,25 = 0,29 \leq 1$$

Stojka na kombinaci tlaku a ohybu bezpečně vyhovuje.

#### Posouzení smykové únosnosti průřezu stojky

Stanovíme hodnotu maximálního smykového napětí v průřezu stojky:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} S_y}{I t} = \frac{19\,800 \cdot 42\,130}{3\,191 \cdot 10^6 \cdot 13,96} = 18,7 \text{ MPa} < \frac{f_y}{\gamma_{M0} \cdot \sqrt{3}} = \frac{295}{1 \cdot \sqrt{3}} = 170,3 \text{ MPa}$$

Vyhovuje.

#### Posouzení srovnávacího napětí v průřezu

Doplňme výpočet srovnávacího napětí. Maximální hodnotu dostáváme v rámovém rohu:

$$\sqrt{\sigma_{rd}^2 + 3 \tau_{rd}^2} = 110 \text{ MPa} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{295}{1,0} = 295 \text{ MPa}$$

#### Posouzení příčle (stropnice)

Obdobný postup posouzení použijeme i v případě rámové příčle. Charakteristické hodnoty únosnosti průřezu v tlaku a ohybu jsou stejné jako u stojky:

$$N_{rk} = A \cdot f_y = 2642 \cdot 295 = 779,4 \text{ kN},$$

$$M_{y,el,Rk} = W_{el,y} \cdot f_y = 61,5 \cdot 10^3 \cdot 295 = 18,07 \text{ kNm}.$$

Stanovíme součinitel vzpěrnosti  $\chi_y$ . Vzpěrnou délku pro vybočení v rovině rámu budeme opět uvažovat systémovou podle odstavce 3.4A, tedy rovnou délce L.

$$L_{cr,y} = L = 1\,750 \text{ mm}$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{L_{cr,y}}{i_y} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{1\,750}{\sqrt{3\,191\,000}} \cdot \frac{1}{83,8} = 0,60$$

$$\lambda_1 = 93,9 \varepsilon = 93,9 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 93,9 \sqrt{\frac{235}{295}} = 83,8$$

a následně součinitel vzpěrnosti  $\chi_y$  (uvažujeme křivku c pro U průřez):

$$\chi_y = 0,785 \text{ a } C_{m,y} = 0,9$$

Součinitele  $k_{yy}$  a  $k_{zy}$  jsou podle doporučené přílohy B.1 normy (zde tab. 4). Protože je stropnice po celé délce kontinuálně podepřena, není náchylná ke zkroucení.

$$k_{yy} = \min \left( \begin{array}{l} C_{my} \left( 1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right) \\ C_{my} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right) \end{array} \right) = \min \left( \begin{array}{l} 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \cdot 0,6 \frac{32\,900}{0,785 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} \right) \\ 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \frac{32\,900}{0,785 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} \right) \end{array} \right) = \min \left( \begin{array}{l} 0,92 \\ 0,93 \end{array} \right) = 0,92$$

Po dosazení do interakčních podmínek vychází:

$$\chi_y \frac{N_{Ed}}{\gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{Ed}}{\gamma_{M1}} = \frac{32\,900}{0,60 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} + 0,92 \frac{6,0 \cdot 10^6}{18,07 \cdot 10^6} = 0,07 + 0,31 = 0,38 \leq 1,$$

a

$$\chi_z \frac{N_{Ed}}{\gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{Ed}}{\gamma_{M1}} = \frac{32\,900}{1,0 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} + 0,74 \frac{6,0 \cdot 10^6}{18,07 \cdot 10^6} = 0,04 + 0,25 = 0,29 \leq 1$$

Stropnice na kombinaci tlaku a ohybu bezpečně vyhovuje. Posouzení smykového a srovnávacího napětí je zřejmé z posouzení stojky.

### 3.6 Posouzení spoje

Spojení jednotlivých dřílů dřílní ocelové výztuže je provedeno třmenovým spojem (obr. 10). Tento spoj je primárně navržen jako

We determine the buckling coefficient  $\chi_y$ . The effective length for buckling in the frame plane is again considered to be systematic according to paragraph 3.4A, equal to length L.

$$L_{cr,y} = L = 1\,750 \text{ mm}$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{L_{cr,y}}{i_y} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{1\,750}{\sqrt{3\,191\,000}} \cdot \frac{1}{83,8} = 0,60$$

$$\lambda_1 = 93,9 \varepsilon = 93,9 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 93,9 \sqrt{\frac{235}{295}} = 83,8$$

and subsequently the buckling coefficient  $\chi_y$  (we assume the c curve for a U section):

$$\chi_y = 0,785$$

and

$$C_{m,y} = 0,9$$

Coefficients  $k_{yy}$  and  $k_{zy}$  are determined according to the recommended appendix B.1 of the Standard (herein Table 4). Because the cross bar is supported continually throughout its length, it is not prone to torsion.

$$k_{yy} = \min \left( \begin{array}{l} C_{my} \left( 1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right) \\ C_{my} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right) \end{array} \right) = \min \left( \begin{array}{l} 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \cdot 0,6 \frac{32\,900}{0,785 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} \right) \\ 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \frac{32\,900}{0,785 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} \right) \end{array} \right) = \min \left( \begin{array}{l} 0,92 \\ 0,93 \end{array} \right) = 0,92$$

After inserting them into interaction conditions, the result is as follows:

$$\chi_y \frac{N_{Ed}}{\gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{Ed}}{\gamma_{M1}} = \frac{32\,900}{0,60 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} + 0,92 \frac{6,0 \cdot 10^6}{18,07 \cdot 10^6} = 0,07 + 0,31 = 0,38 \leq 1,$$

and

$$\chi_z \frac{N_{Ed}}{\gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{Ed}}{\gamma_{M1}} = \frac{32\,900}{1,0 \cdot \frac{779\,000}{1,0}} + 0,74 \frac{6,0 \cdot 10^6}{18,07 \cdot 10^6} = 0,04 + 0,25 = 0,29 \leq 1$$

The overhead beam is fully satisfactory for the combination of compression and bending. The assessment of the shear stress and equivalent stress is obvious from the prop assessment.

### 3.6 Joint assessment

Stirrup joints (see Fig. 10) are used for connections between individual components of the colliery support frames. The joint is primarily designed as a yielding structure, which means that when a certain force is reached, the joint slips (see Fig. 11). The carrying capacity of the stirrup joint (i.e. the resistance of the support against slipping) depends first of all on the tightening torque and mechanical properties of the connecting material (the stirrup, coupling element and nuts). The procedure for determining the carrying capacity of the joint (working characteristics of the joint) is contained in [10] or in [11]. The result of the test is a chart of the work of the joint (see Fig. 11), from which the mean sliding-mode load carrying capacity of the joint and the maximum sliding-mode carrying capacity of the joint is determined.

According to [11], the lowest average value of the resistance or the support against sliding for the above-mentioned stirrup joint is 150 kN. The normal force in the joint location in

poddajný, tzn. že při dosažení určité síly dojde k prokluzu spoje (Obr. 11). Únosnost třmenového spoje (tzn. odpor výztuže proti prokluzu) je dána především utahovacím momentem a mechanickými vlastnostmi spojovacího materiálu tzn. třmene, spojky a matic. Postup pro určení únosnosti spoje (pracovní charakteristiky spoje) je uveden v [10] popř. v [11]. Výsledkem zkoušky je graf práce spoje Obr. 11, z něhož se určí střední prokluzová nosnost spoje a maximální prokluzová nosnost spoje.

Pro výše uvedený třmenový spoj je podle [11] nejnížší průměrná hodnota odporu výztuže proti prokluzu 150 kN. Normálová síla v místě spoje v předchozím výpočtu byla 19,2 kN, což je výrazně méně.

#### 4 ZÁVĚR

Tradiční válcovaná důlní ocelová výztuž je pro své výhody (okamžitá schopnost přenášet zatížení, tvarová variabilita, jednoduchá montáž) používána i v současnosti.

Vzhledem k přechodu z norem řady ČSN na řadu ČSN EN je nutné provádět návrh a posouzení válcované důlní ocelové výztuže podle v dnešní době platných norem tzv. Eurokódů. Postup posouzení rámu výztuže podle Eurokódu je ve srovnání s původními postupy komplikovanější. Zpravidla je potřeba nejprve provést stabilitní výpočet a další postup volit až na základě jeho výsledku. Na druhé straně moderní přístup umožňuje lepší využití materiálu průřezu (plastické posouzení), a tím i hospodárnější návrh.

V uvedeném číselném příkladu se přínos plastického posouzení neuplatnil, využití průřezu bylo i při pružném posouzení necelých 40 %. Při řešení obecné úlohy pro důlní rámy je však nutné dodržovat zásady uvedené v [1], neboť při určité kombinaci vstupních veličin (geometrie rámu, intenzita zatížení, poměr svislého a vodorovného zatížení, tuhost podepření atd.) může dojít k výrazně odlišnému chování konstrukce. I konstrukce ve výše uvedeném číselném příkladu vykazovala první tvar stabilitního vybočení odpovídající konstrukci s posuvnými styčníky, a to přesto, že jde o výztuž umístěnou do relativně kvalitní horniny. Předvídat chování konstrukce v hornině s jinými parametry je velmi obtížné. Článek popisuje možný postup ověření spolehlivosti důlní výztuže podle ČSN EN 1991-1-3.

#### Poděkování

Článek byl vypracován v rámci řešení úloh začleněných do VZ 6840770001 Spolehlivost, optimalizace a trvanlivost stavebních materiálů a konstrukcí. Autoři tuto podporu vysoce oceňují.

**DR. ING. JAKUB DOLEJŠ, dolejs@fsv.cvut.cz,**  
**ČVUT Fakulta stavební,**  
**ING. MICHAL SEDLÁČEK, Ph.D., sedlacek@ko-ka.cz,**  
**KO-KA, s. r. o.**

Recenzoval: doc. Ing. Petr Janas

the preceding calculation was 19.2 kN, which is significantly less.

#### 4 CONCLUSION

Traditional rolled steel sections for colliery support frames have been used till now for its advantages (the immediate ability to carry loads, geometrical variability, simple assembly).

With respect to the transition from CSN standards line to CSN EN line, it is necessary to design and assess rolled colliery steel supports according to currently valid standards, Eurocodes. The procedure for assessing support frames according to the Eurocode, if compared with the original procedures, is more complicated. It is usually necessary first to carry out a stability calculation and select the next procedure subsequently, on the basis of its result. On the other hand, the modern approach makes better use of the cross-section material (plastic assessment), thus even a more economic design is possible.

In the numerical example above, the contribution of the plastic assessment did not materialise – the cross-section usage rate even at the plastic assessment was less than 40 per cent. However, it is necessary when solving a general task for colliery frames to adhere to the rules contained in [1], because it is possible at a certain combination of input quantities (the frame geometry, loading intensity, proportion between vertical and horizontal loads, the support rigidity etc.) that the structure may behave in a significantly different way. Even the structure dealt with in the above-mentioned numerical example displayed the initial stability buckling eigenmode corresponding to a structure with sliding joints, despite the fact that it is a support frame located in a relatively stable ground. Anticipating the behaviour of a structure in ground with different parameters is very difficult. The paper describes a possible method of verifying the reliability of colliery support frames according to ČSN EN 1991-1-3.

#### Acknowledgements

The paper was prepared within the framework of the solution of problems incorporated into VZ 6840770001 Reliability, optimisation and durability of building materials and structures. The authors highly appreciate this support.

**DR. ING. JAKUB DOLEJŠ, dolejs@fsv.cvut.cz,**  
**ČVUT Fakulta stavební,**  
**ING. MICHAL SEDLÁČEK, Ph.D., sedlacek@ko-ka.cz,**  
**KO-KA, s. r. o.**

#### LITERATURA / REFERENCES

- [1] ČSN EN 1993-1-1 Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby, ČNI 2006, vč. Změny NA ed. A, ČNI 2007, Opravy Opr. 1, ÚNMZ 2010, Změny Z1, ÚNMZ, 2010.
  - [2] ČSN P ENV 1993-1-1 (73 1401) Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby
  - [3] ČSN 44 2601 Důlní ocelová výztuž – společná ustanovení
  - [4] Katalog důlní ocelové výztuže – Mittal Steel Ostrava, a. s.
  - [5] Katalog důlní ocelové výztuže – KABEDEX, s. r. o.
  - [6] ČSN 41 1500 – Ocel 11 500
  - [7] DIN 21544 Stahl für Grubenausbau
  - [8] ČSN 44 2005 – Překopy a chodby – Rozměry světlých průřezů
  - [9] JANAS, P., BLÁHA, F. Dimenzování ocelové výztuže dlouhých důlních děl, křížů a odboček. Uhlí 1987, číslo 9
  - [10] ČSN 44 4410-4 Zkoušení důlní ocelové výztuže; Část 4: Zkoušení spojů
  - [11] DIN 21530-4 Ausbau für den Bergbau; Teil 4 : Prufungen
  - [12] ČSN 73 7501 Navrhování konstrukcí ražených podzemních objektů
- Software: SCIA ENGINEER 2010.1 <<http://www.scia-online.com/cs/>>